

Πρόλογος

Στο περίφημο Βυζαντινό Λεξικό της Σούδας, του 11^{ου} αιώνα, υπάρχει μία φράση, η οποία αποδίδεται στον Πλάτωνα, για τα συστατικά της σωστής παιδείας. Πολύ εύστοχα προσδιορίζει ότι «*τρία τά μέρη τῆς εὐμαθείας. Ἀγχίνοια, μνήμη, ὀξύτης*». Αμέσως μετά ερμηνεύει ότι «*μνήμη μέν ἐστι τήρησις ὧν ἔμαθε τις, ὀξύτης δέ ἡ ταχύτης τῆς διανοίας, ἀγχίνοια δέ τό ἐξ ὧν ἔμαθε θηρεῦειν καί ἅ μή ἔμαθεν*».

Θέλουμε να σταθούμε σε αυτό το τελευταίο, την αγχίνοια, την οποία ερμηνεύει ως την ικανότητα να προχωρά κανείς πέρα από αυτά που έμαθε και να ανακαλύπτει μόνος του νέα πράγματα. Πιστεύουμε ότι είναι κεφαλαιώδους σημασίας εκπαιδευτική πρακτική να καλλιεργούμε στους μαθητές μας την δεξιότητα να αυτενεργούν ώστε να μπορούν να *θηρεύουν και εκείνα τα οποία δεν διδάχθηκαν ρητά*.

Δυστυχώς, κατά κανόνα, η καθιερωμένη πρακτική στα Σχολεία του τόπου μας είναι η άκριτη, η ανούσια και η τυποποιημένη συσσώρευση «γνώσης». Για τα Μαθηματικά όμως, απαιτείται το αντίθετο. Ο δόκιμος Μαθηματικός πρέπει να είναι ακριβής, να αναζητά λύσεις, να εφευρίσκει μεθόδους και να αναγνωρίζει τις συνάψεις μεταξύ φαινομενικά ασύνδετων ιδεών. Όπως ορθά γνωμοδοτεί ο Ιάμβλιχος στο «*Περί κοινῆς Μαθηματικῆς Επιστήμης*», το ποιοτικό χαρακτηριστικό που ξεχωρίζει τα Μαθηματικά από τις άλλες επιστήμες είναι ότι «*ὁδός γάρ ἀπό ζητήσεως εἰς εὕρεσιν, καί ἀπό μαθήσεως εἰς ζήτησιν καί εἰς εὕρεσιν, ἢ διὰ τῶν μαθημάτων (δηλαδή των Μαθηματικῶν) ἐστὶ πραγματεία*».

Το ανά χεῖρας βιβλίο γράφτηκε με όλα τα παραπάνω κατά νου. Το αποτέλεσμα είναι ένα βιβλίο το οποίο στέκεται αντιδιαμετρικά από την αποστήθιση και την ασταθή επιφανειακή γνώση. Σκοπός του είναι, πρώτα από όλα, να δώσει στον υποψήφιο μαθητή γερές βάσεις Μαθηματικῶν ώστε να επιτύχει στην Ανώτατη Σχολή της επιλογής του. Αλλά οι σκοποὶ του βιβλίου δεν σταματούν εκεί. Πιστεύουμε ότι το να έχει κανείς αποκλειστικό στόχο «να μπει σε μία Σχολή» είναι εσφαλμένη επιλογή. Η επιστήμη δεν τελειώνει με την εισαγωγή στα ΑΕΙ αλλά, ουσιαστικά, αρχίζει τότε. Συνεπώς, ένας από τους παράλληλους σκοπούς του βιβλίου είναι να δώσει στον μαθητή τα εφόδια για απρόσκοπτες Πανεπιστημιακές σπουδές, στο μέλλον.

Το βιβλίο χωρίζεται σε τέσσερα μέρη. Το πρώτο περιέχει «Ερωτήσεις κρίσης – Κρυμμένα λάθη». Πρόκειται κυρίως για παράδοξα τα οποία ελέγχουν την στερεότητα των γνώσεων. Σε αυτό το σημείο ακολουθήσαμε τον Ευκλείδη ο οποίος είχε γράψει ένα κείμενο με τίτλο *Ψευδάρια*. Το ίδιο το κείμενο έχει δυστυχώς σήμερα χαθεί, αλλά μας δίνει την πληροφορία ο Πρόκλος στο *Υπόμνημα στο α' των Στοιχείων* του.

Λέει σχετικά για τον Ευκλείδη ο Πρόκλος ότι «*γυμνάζειν μὲν δυνησόμεθα τοὺς ἀρχομένους τῆς θεωρίας ταύτης (δηλαδή της Γεωμετρίας) πρὸς εὐρεσιν παραλογοισμῶν [...] καὶ τοῦτο δὴ τό σύγγραμμα [...] Ψευδαρίων ἐπέγραψε [...] τῆς πείρας τὸν ἔλεγχον τῆς ἀπάτης συναρμόσας*». Ένας καλά προετοιμασμένος μαθητής θα πρέπει, στο τέλος, να μπορεί να ερμηνεύσει όλα τα παράδοξα στο πρώτο μέρος. Ας σημειώσουμε όμως ότι κάποια έχουν αρκετά κρυμμένο το σφάλμα, και πιστεύουμε ότι θα τα βρουν ενδιαφέροντα και οι επαγγελματίες Μαθηματικοί.

Το δεύτερο μέρος του βιβλίου αποτελείται από «Ασκήσεις Α' ομάδας». Οι ασκήσεις αυτές είναι εισαγωγικές και κατάλληλες για τον μαθητή ο οποίος πρωτοδιαβάει την σχετική θεωρία από το Σχολικό βιβλίο. Το τρίτο μέρος είναι οι «Ασκήσεις Β' ομάδας». Πρόκειται για πιο σύνθετες ασκήσεις, κατάλληλες για την πρώτη επανάληψη του μαθητή. Η σωστή προετοιμασία για τις εισαγωγικές εξετάσεις στα ΑΕΙ, ιδίως για Σχολές με υψηλή βάση, απαιτεί μεγάλη ευχέρεια σε αυτό το τμήμα του βιβλίου. Όμως από μόνη της αυτή η ευχέρεια δεν επαρκεί για την σε βάθος γνώση των Μαθηματικών.

Το τέταρτο, εκτενέστερο και ουσιαστικότερο, μέρος του βιβλίου είναι οι «Ασκήσεις Γ' ομάδας». Τα θέματα εδώ είναι όλα απαιτητικά. Δεν υπάρχουν ερωτήσεις ρουτίνας. Για διευκόλυνση του μαθητή ή του καθηγητή, ο οποίος διδάσκει από το βιβλίο, έχουμε σημειώσει τις ασκήσεις σε αυτό το τμήμα του βιβλίου με έναν, δύο ή τρεις αστερίσκους ανάλογα με την δυσκολία τους: οι κάπως πιο εύκολες έχουν ένα αστερίσκο, οι μεσαίας δυσκολίας έχουν δύο και οι δυσκολότερες, τρεις. Ο μαθητής που θα καταφέρει να λύσει όλες τις ασκήσεις στη Γ' ομάδα σημαίνει ότι έχει, για την ηλικία του, πολύ γερές βάσεις Μαθηματικών. Έχουμε την πεποίθηση ότι ακόμα και οι επαγγελματίες Μαθηματικοί θα βρουν σε αυτό το τμήμα του βιβλίου πολλά θέματα που θα ελκύσουν το ενδιαφέρον τους.

Τέλος παροτρύνουμε τους μαθητές και, ιδίως, τους Καθηγητές να παρακολουθούν τα forum μέσω ίντερνετ, τα οποία ασχολούνται με θέματα της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης. Υπάρχουν αρκετά forum με εξαιρετικό υλικό και ζωντανές συζητήσεις. Ένα από τα πιο επιτυχημένα είναι το <http://clubs.pathfinder.gr/MATHEMATICA/>, το οποίο συνιστούμε ανεπιφύλακτα. Ειδικά θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε μερικά από τα πιο δραστήρια μέλη αυτού του forum, όπως οι Γρηγόρης Κωστάκος, Νίκος Μαυρογιάννης, Κώστας Σερίφης, Μπάμπης Στεργίου, Βασίλης Στεφανίδης και Αλέξανδρος Συγκελάκης για το πολύ ωραίο υλικό που έχουν δώσει στην Μαθηματική κοινότητα. Πολλά από τα θέματα που διαπραγματευόμαστε στο βιβλίο προέρχονται από το εν λόγω forum.

Οι συγγραφείς
Γιώργος Δαμβακάκης
Νίκος Κτιστάκης
Μιχάλης Λάμπρου
Νίκος Κ. Σπανουδάκης