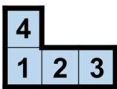
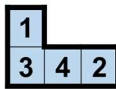
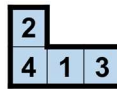
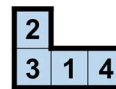
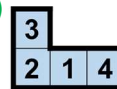


Ερωτήσεις 3 πόντων:

1) Ένας μαθητής φτιάχνει ένα παζλ, όπως στην εικόνα δεξιά. Οποιαδήποτε δύο τετραγωνάκια με κοινή πλευρά πρέπει να περιέχουν διαφορετικούς αριθμούς. Ποιο από τα παρακάτω κομμάτια πρέπει να μπει στο κενό τμήμα του παζλ;

3	2	5	4	2	1
1	4	3	1	3	4
2	5		5	2	1
4	1				3
3	2	4	2	5	2
4	1	3	1	3	4

- A)  B)  Γ)  Δ)  E) 

2) Πόσα ψηφία έχει ο αριθμός $2^{11} \times 5^{10}$ μετά που θα γίνουν όλες οι πράξεις;

- A) 10 B) 11 Γ) 12 Δ) 20 E) 21

3) Τρεις φυσικοί αριθμοί είναι ο καθένας μία δύναμη του 2. Το άθροισμα των τριών αριθμών είναι 100. Πόσο είναι το γινόμενό τους;

- A) 2^{12} B) 2^{13} Γ) 2^{14} Δ) 2^{15} E) δεν υπάρχουν τέτοιοι αριθμοί

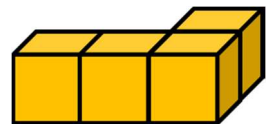
4) Πόσες πραγματικές ρίζες έχει η εξίσωση $(x-1)^4 + (x+1)^4 = 0$;

- A) 0 B) 1 Γ) 2 Δ) 3 E) 4

5) Ποιο από τα παρακάτω πολυώνυμα **δεν** έχει το $x+1$ ως παράγοντα στην παραγοντοποίησή του ως γινόμενο πολυωνύμων;

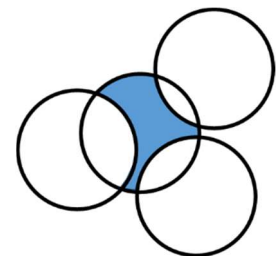
- A) x^2-1 B) x^2+1 Γ) x^3+1 Δ) x^3+x^2 E) x^4-1

6) Σε ένα κανονικό ζάρι το άθροισμα των κουκκίδων σε οποιοσδήποτε δύο απέναντι έδρες είναι πάντα 7. Τέσσερα κανονικά ζάρια κολλήθηκαν μεταξύ τους, όπως στην εικόνα. Ποιος είναι ο μικρότερος δυνατός συνολικός αριθμός από κουκκίδες που μπορεί να βρίσκονται στο εξωτερικό μέρος της κατασκευής αυτής;



- A) 51 B) 52 Γ) 53 Δ) 54 E) 55

7) Τέσσερις κύκλοι, ο καθένας με ακτίνα 1, τέμνονται όπως δείχνει η εικόνα. Πόση είναι η περίμετρος της σκιασμένης περιοχής;

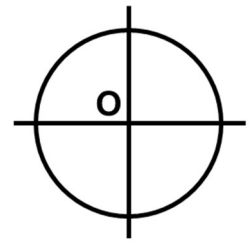


- A) 2π B) $\frac{3}{2}\pi$ Γ) 6 Δ) π E) π^2

8) Έστω α , β , γ τρεις μη μηδενικοί αριθμοί. Δίνεται ότι οι αριθμοί $-2\alpha^4\beta^3\gamma^2$ και $3\alpha^3\beta^5\gamma^4$ είναι ομόσημοι. Ποιο από τα παρακάτω είναι σίγουρα σωστό;

- A) $\alpha\beta > 0$ B) $\beta\gamma > 0$ Γ) $\gamma > 0$ Δ) $\beta < 0$ E) $\alpha < 0$

9) Ένας κύκλος στο καρτεσιανό επίπεδο έχει ακτίνα 5 και κέντρο την αρχή $O(0,0)$ των αξόνων. Πόσα σημεία στην περιφέρεια του κύκλου έχουν και τις δύο συντεταγμένες τους ακέραιες;



- A) 5 B) 8 Γ) 12 Δ) 15 E) 20

10) Η Υπατία πολλαπλασίασε όλους τους φυσικούς αριθμούς από τον 1 έως και τον 20. Ποιος είναι ο μικρότερος φυσικός αριθμός που **δεν** διαιρεί το γινόμενο αυτό;

- A) 21 B) 22 Γ) 23 Δ) 24 E) 25

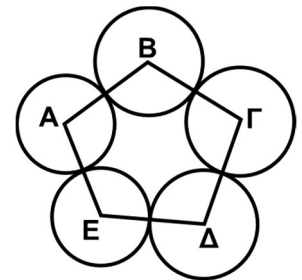
Ερωτήσεις 4 πόντων:

11) Στον πίνακα είναι γραμμένη μία συνάρτηση στους πραγματικούς αριθμούς, όπως στην εικόνα. Ποια είναι η τιμή του $f(-5)$;

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{αν } x \geq 2 \\ f(4-x) & \text{αν } 0 \leq x < 2 \\ f(x+2) & \text{αν } x < 0 \end{cases}$$

- A) -3 B) -1 Γ) 1
Δ) 3 E) 5

12) Πέντε κύκλοι με κέντρα A, B, Γ, Δ και E είναι τοποθετημένοι όπως στο σχήμα. Γειτονικοί κύκλοι εφάπτονται μεταξύ τους. Τα ευθύγραμμα τμήματα που συνδέουν τα κέντρα τους έχουν μήκη $AB = 16$, $B\Gamma = 14$, $\Gamma\Delta = 17$, $\Delta E = 13$ και $EA = 14$. Πόση είναι η ακτίνα του κύκλου με κέντρο το A; (Το σχήμα δεν είναι υπό κλίμακα).



- A) 7 B) 8 Γ) 9 Δ) 10 E) 11

13) Ποιος είναι ο μεγαλύτερος φυσικός αριθμός ο οποίος όταν διαιρεθεί με το 20 αφήνει υπόλοιπο ίσο με το πηλίκο;

- A) 380 B) 399 Γ) 400 Δ) 419 E) 420

14) Δίνονται τέσσερις φυσικοί αριθμοί A, B, Γ και Δ. Ποιος είναι ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός περιπτώσεων αριθμών που μπορούμε να πάρουμε από όλα τα αθροίσματά τους ανά ζεύγη, δηλαδή από τα αθροίσματα $A+B$, $A+\Gamma$, $A+\Delta$, $B+\Gamma$, $B+\Delta$, $\Gamma+\Delta$;

- A) 2 B) 3 Γ) 4 Δ) 5 E) 6

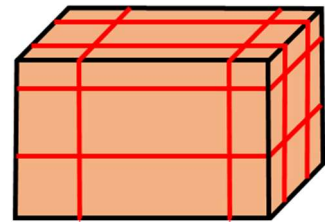
15) Πόσα τέλεια τετράγωνα διαιρούν τον αριθμό 30^9 ;

- A) 64 B) 81 Γ) 90 Δ) 125 E) 30^8

16) Ποιο είναι το τελευταίο μη μηδενικό ψηφίο στο δεκαδικό ανάπτυγμα του $\frac{1}{2^{100}}$;

- A) 2 B) 4 Γ) 5 Δ) 8 E) 9

17) Ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει εμβαδόν επιφανείας ίσο με S . Το κόβουμε με έξι επίπεδα, όπως στην εικόνα (οι κόκκινες γραμμές). Κάθε ένα από τα επίπεδα είναι παράλληλο προς κάποια από τις έδρες του. Τώρα το παραλληλεπίπεδο χωρίζεται σε 27 μικρότερα κομμάτια. Πόσο είναι, συναρτήσει του S , το συνολικό εμβαδόν επιφανείας των 27 κομματιών;



- A) $3S$ B) $\frac{5}{2}S$ Γ) $2S$ Δ) $\frac{7}{2}S$ E) $4S$

18) Τρία μονοπάτια διασχίζουν ένα πάρκο. Στην μέση του πάρκου υπάρχει ένα δέντρο, όπως στην εικόνα. Ποιος είναι ο μικρότερος δυνατός αριθμός δέντρων που πρέπει να φυτευτούν στο πάρκο έτσι ώστε το κάθε μονοπάτι να έχει το ίδιο πλήθος δέντρων σε κάθε του πλευρά;



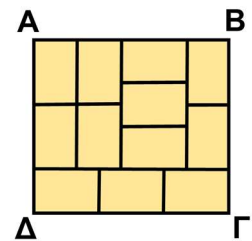
- A) 1 B) 2 Γ) 3 Δ) 4 E) 5

19) Ένας μπακάλης έχει δώδεκα διαφορετικά βάρη ακέραιου αριθμού κιλών από 1 kg έως 12 kg. Τα χώρισε σε τρεις ομάδες από τέσσερα βάρη η κάθε μία. Το συνολικό βάρος της πρώτης ομάδας είναι 41 kg και της δεύτερης 26 kg. Ποιο από τα παρακάτω βάρη είναι στην ίδια ομάδα με το βάρος των 9 kg;



- A) 3 kg B) 5 kg Γ) 7 kg Δ) 8 kg E) 10 kg

20) Ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ χωρίζεται σε 12 ίδια μικρότερα ορθογώνια παραλληλόγραμμο, όπως στην εικόνα. Με πόσο ισούται ο λόγος $\frac{AB}{A\Delta}$;



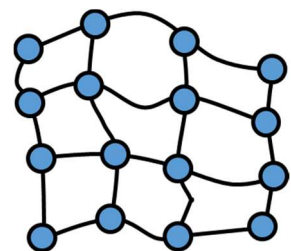
- A) $\frac{9}{8}$ B) $\frac{6}{5}$ Γ) $\frac{8}{7}$ Δ) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{9}{7}$

Ερωτήσεις 5 πόντων:

21) Οκτώ ομάδες πήραν μέρος σε αγώνες ποδοσφαίρου. Η κάθε ομάδα έπαιξε εναντίον κάθε άλλης ακριβώς μία φορά. Σε κάθε ματς ο νικητής παίρνει 3 βαθμούς και ο ηττημένος δεν παίρνει κανέναν βαθμό. Αν οι ομάδες έλθουν ισοπαλία, τότε η κάθε μία παίρνει από 1 βαθμό. Στο τέλος των αγώνων το σύνολο όλων των βαθμών των ομάδων ήταν 57. Πόσους βαθμούς είχε η ομάδα που κέρδισε τους αγώνες;

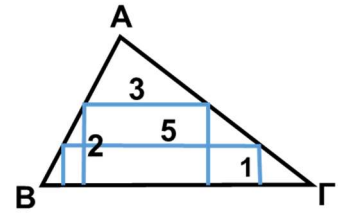
- A) 21 B) 17 Γ) 15 Δ) 12 E) 9

22) Ο χάρτης δείχνει μία περιοχή με 16 πόλεις που συνδέονται με δρόμους. Η Κυβέρνηση θέλει να κτίσει εργοστάσια παραγωγής ηλεκτρισμού σε κάποιες από τις πόλεις. Κάθε εργοστάσιο μπορεί να παράγει όσο ηλεκτρισμό χρειάζεται η πόλη στην οποία βρίσκεται καθώς και για όλες τις διπλανές πόλεις (αυτές που συνδέονται μαζί της απευθείας, με έναν μόνο δρόμο). Ποιος είναι ο μικρότερος δυνατός αριθμός από εργοστάσια που πρέπει να κτίσει;



- A) 3 B) 4 Γ) 5 Δ) 6 E) 7

23) Σε ένα τρίγωνο ABΓ είναι εγγεγραμμένα δύο ορθογώνια παραλληλόγραμμα. Οι διαστάσεις των παραλληλογράμμων είναι 1x5 και 2x3, αντίστοιχα, όπως στην εικόνα. Πόσο είναι το ύψος του τριγώνου από την κορυφή Α;



- A) $\frac{7}{2}$ B) 3 Γ) $\frac{13}{4}$ Δ) $\frac{15}{4}$ E) $\frac{16}{5}$

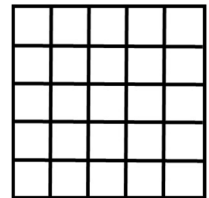
24) Υπάρχουν 2022 καγκουρό και ένας αριθμός από άλογα που είναι μοιρασμένα σε τέσσερα λιβάδια. Σε κάθε λιβάδι το πλήθος των καγκουρό που ζουν εκεί είναι όσο το πλήθος των αλόγων που ζουν στα **άλλα τρία** λιβάδια. Πόσα άλογα συνολικά ζουν στα τέσσερα λιβάδια;

- A) 288 B) 337 Γ) 576 Δ) 674 E) 2002

25) Ο κύριος Τζίνης μελετούσε την εξίσωση $(x^2+1)(2^x+2^{-x}) = 20x^2$. Διαπίστωσε, πολύ σωστά, ότι έχει 4 ρίζες, αλλά δεν μας είπε τις τιμές τους. Εμείς όμως μπορούμε να βρούμε το άθροισμα των τεσσάρων ριζών. Πόσο είναι το άθροισμα των τεσσάρων ριζών της εξίσωσης;

- A) 1 B) $\sqrt{2}$ Γ) 20 Δ) $\log_2 20$ E) κανένα από τα προηγούμενα

26) Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός κελιών που πρέπει να χρωματισθούν σε ένα 5x5 τετράγωνο έτσι ώστε οποιοδήποτε 1x4 ή 4x1 ορθογώνιο μέσα στο τετράγωνο να έχει τουλάχιστον ένα κελί του χρωματισμένο;

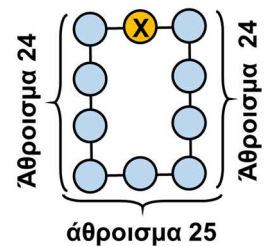


- A) 5 B) 6 Γ) 7 Δ) 8 E) 9

27) Έστω N θετικός φυσικός αριθμός. Πόσοι φυσικοί αριθμοί υπάρχουν μεταξύ του $\sqrt{N^2 + N + 1}$ και του $\sqrt{9N^2 + N + 1}$;

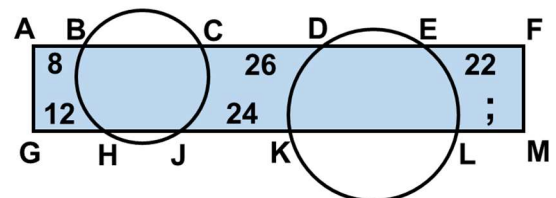
- A) N+1 B) 2N-1 Γ) 2N Δ) 2N+1 E) 3N

28) Τοποθετούμε τους αριθμούς 1 έως 10, ανά έναν, στους κύκλους στο διπλανό σχήμα. Το άθροισμα των αριθμών στην αριστερή στήλη είναι 24. Το άθροισμα των αριθμών στην δεξιά στήλη είναι επίσης 24 και το άθροισμα των αριθμών στην κάτω οριζόντια γραμμή είναι 25. Ποιος αριθμός βρίσκεται στον κύκλο σημειωμένο με X;



- A) 2 B) 4 Γ) 5 Δ) 6 E) κανένα από τα προηγούμενα

29) Δύο κύκλοι τέμνουν ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο AFMG, όπως στην εικόνα. Τα ευθύγραμμα τμήματα εξωτερικά των κύκλων έχουν μήκη AB=8, CD=26, EF=22, GH=12 και JK=24. Πόσο είναι το μήκος του τμήματος LM;



- A) 16 B) 17 Γ) 18 Δ) 18,5 E) 19

30) Σε ένα στάδιο γίνονται αθλητικοί αγώνες μεταξύ Αθηναίων και Σπαρτιατών. Τα καθίσματα των θεατών σχηματίζουν ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο του οποίου **οι στήλες είναι περισσότερες από τις γραμμές**. Σε κάθε γραμμή υπάρχουν 10 οπαδοί των Αθηναίων, και σε κάθε στήλη υπάρχουν 4 οπαδοί των Σπαρτιατών. Επίσης υπάρχουν 7 άδεια καθίσματα. Πόσα είναι τα καθίσματα στο στάδιο;

- A) 320 B) 561 Γ) 600 Δ) 672 E) κανένα από τα προηγούμενα